SUR LA CONSTRUCTION DES TARIFS DE CUBAGE

Indice bibliographique: 52-43-32

Dans un article récent (1), SOULOUMIAC discute l'application des méthodes statistiques pour la construction des tarifs de cubage. L'auteur exprime le volume d'un arbre en fonction de la circonférence par une parabole du troisième degré:

$$V = a_0 + a_1C + a_2C^2 + a_3C^3.$$

Le calcul des coefficients a_0, a_1, a_2, a_3 est expliqué par un exemple numérique pour un groupe de pins marocains. Une méthode alternative, utilisant une fonction différente, a été utilisée aux Etats-Unis pour la solution du même problème. L'exposition de cette méthode intéressera les forestiers qui ont l'occasion d'établir des tarifs de ce genre.

Le volume d'arbre V s'exprime en fonction de la circonférence C (ou du diamètre D) par la formule

$$V = kC^b.$$

Les deux coefficients k et b définissent un tarif de cubage. En calculant le logarithme du volume, on obtient

$$\log V = \log k + b. \log C,$$

ou

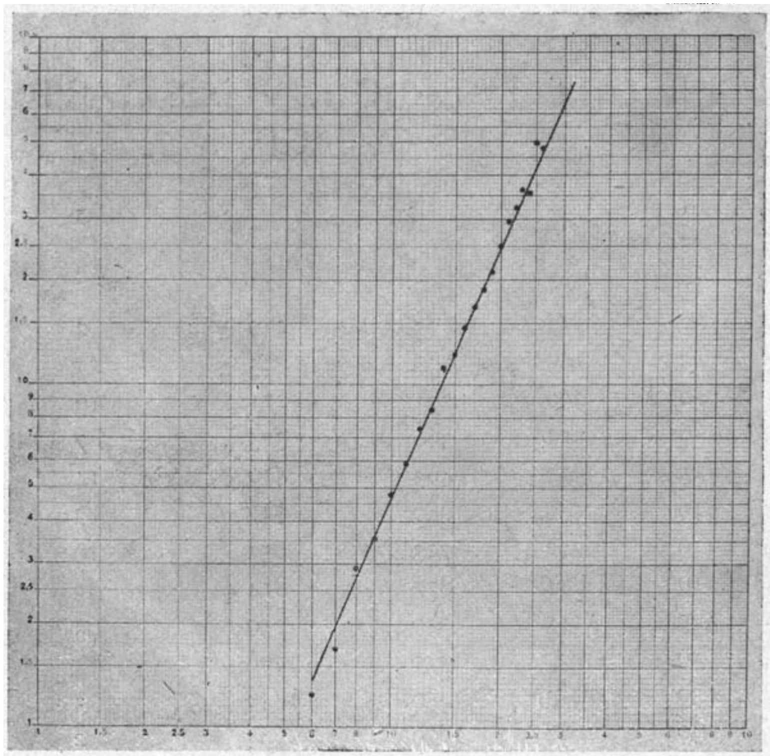
$$Y = a + b. X.$$

La dernière expression montre clairement que le logarithme du volume V (= Y) est une fonction linéaire du logarithme de la circonférence (log C = X). Si on présente en *papier logarithmique* le volume des arbres en fonction de la circonférence, on obtiendra donc une ligne droite. La fig. 1 démontre que cette proposition est assez bien réalisée pour les pins marocains, c'est-à-dire que les points individuels représentant les volumes moyens dans les diverses catégories de circonférence tombent en ligne droite.

La position de la ligne droite peut être déterminée d'une façon graphique ou par l'application de la méthode des moindres carrés. En plaçant un fil à travers les points représentant les volumes moyens des arbres de telle manière que les déviations positives et

(1) SOULOUMIAC. — *Application des méthodes statistiques à l'établissement d'un tarif de cubage.* (Revue des Eaux et Forêts, novembre 1947), p. 649-670.

Volumes dm^3



Circonférences à hauteur d'homme *cm*

Fig. 1. Volumes moyens en fonction de la circonférence représentés en papier logarithmique

négatives des points de la ligne soient les plus petites possible, on peut déterminer la position de la ligne assez exactement. Deux couples de valeurs correspondants de V et de C, par exemple,

$$C_1 = 100 \quad V_1 = 465 = k.100^b$$
$$C_2 = 200 \quad V_2 = 2488 = k.200^b$$

nous donnent

$$\frac{2488}{465} = \frac{k.200^b}{k.100^b} = 2^b$$

ou

$$b = \frac{\log 2488 - \log 465}{\log 2} = 2{,}42$$

et par substitution

$$k = 0{,}00672.$$

TABLEAU I

Volumes des arbres réels et ajustés

Circonférence	Nombre d'observations	Volumes réels	Volumes calculés		Volumes réels moins volumes calculés	
C	P	V	$V_c = kC^b$	$V'_c = a_0 + a_1C + a_2C^2 + a_3C^3$	$V - V_c$	$V - V'_c$
cm		dm³	dm³	dm³	dm³	
60	2	133	135	249	— 2	— 116
70	2	169	196	245	— 27	— 76
80	2	290	271	271	19	19
90	6	353	360	325	— 7	28
100	5	479	465	410	14	71
110	10	589	586	517	3	72
120	19	742	723	653	19	89
130	19	844	877	814	— 33	30
140	23	1115	1050	999	65	116
150	20	1227	1240	1208	— 13	19
160	30	1453	1450	1440	3	13
170	40	1681	1679	1694	2	— 13
180	27	1875	1928	1969	— 53	— 93
190	29	2121	2198	2263	— 77	— 142
200	21	2502	2488	2577	14	— 75
210	10	2941	2800	2909	141	32
220	6	3233	3133	3259	100	— 26
230	2	3618	3489	3625	129	— 7
240	2	3548	3867	4007	— 319	— 459
250	1	4957	4269	4405	688	552
260	1	4782	4694	4816	88	— 34
	277					

L'équation qui exprime le volume d'un arbre en fonction de la circonférence est donc

$$V = 0{,}00672.C^{2{,}42}$$

La circonférence est donnée en centimètres, le volume en décimètres cubes.

Dans les travaux de recherches forestières il vaut mieux appliquer la méthode des moindres carrés pour la détermination des coefficients, au lieu du procédé graphique. On déterminera les coefficients a (= log k) et b dans l'équation

$$Y = a + b.X,$$

de manière que la somme des déviations pondérées

$$\Sigma p(Y - a - b.X)^2$$

soit un minimum. Les poids p sont égaux aux nombres d'arbres mesurés dans chaque catégorie de circonférence. On obtient les équations normales

$$\begin{aligned} a\Sigma p \quad + b\Sigma pX &= \Sigma pY \\ a\Sigma pX + b\Sigma pX^2 &= \Sigma pXY \end{aligned}$$

et ensuite les valeurs de a et b sans aucune difficulté. Dans notre exemple, le nombre d'arbres dans les différentes catégories a été tiré du graphique donné dans l'article cité. Le résultat du calcul est:

$$\begin{aligned} a &= -2.17119 \ (k = 0.006742) \\ b &= \quad 2.41937 \end{aligned}$$

Dans le *Tableau 1* les volumes moyens réels sont comparés avec les volumes ajustés par la méthode des moindres carrés. A titre de comparaison les volumes déterminés par une parabole du troisième degré sont aussi indiqués dans le même tableau. On voit que les différences des volumes calculés et des volumes moyens réels sont plus petites si on emploie l'équation logarithmique plutôt que l'équation du troisième degré. La moyenne des erreurs en pourcentage des volumes est de 4 % dans le premier cas et de 12 % dans le second cas.

L'équation $V = k.C^b$ peut s'appliquer quand on veut calculer le taux d'accroissement du volume. Quand on sait l'accroissement en diamètre par année (A), l'accroissement correspondant au volume est évidemment $A_v = A.k.b.C^{b-1}$, ou l'accroissement en pourcentage du volume

$$A_v(\%) = \frac{A}{C} b.100$$

Dans notre exemple on obtient

$$A_v(\%) = \frac{A}{C} 241{,}9.$$

H. Arthur MEYER,
The Pennsylvania State Forest School, U. S. A.